



Вход 13²² - 13²⁶

Вход

+1 лист Вх

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Ломоносов"
наименование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Таминкой Викторине Андреевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«01» марта 2025 года

Подпись участника

Таминкой

Установки

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

60 (шестьдесят)

УстановкиЗадача 1.

Садокс

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$P(1) = 1 + a + b + c = 1$$

$$a + b + c = 0$$

верно коэффициент равня 0

$$P(2) - P(0) = 8 + 4a + 2b + c - c = 8 + 4a + 2b$$

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

(прежде чем

↑
первый
корень↑
второй
корень↑
третий
коренькубическое
выражение в скобках
вместе)

Все корни скобки:

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = (x - x_1)(x^2 - x_3 \cdot x - x_2 \cdot x + x_2 \cdot x_3)$$

$$+ x_2 \cdot x_3) = x^3 - x_3 \cdot x^2 - x_2 \cdot x^2 + x \cdot x_2 \cdot x_3 - x_1 \cdot x^2 -$$

$$+ x_1 \cdot x_3 \cdot x + x_1 \cdot x_2 \cdot x - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 +$$

$$+ x(x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2) - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3.$$

$$\text{Отсюда: } a = -(x_1 + x_2 + x_3)$$

$$b = (x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2)$$

$$c = -(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$$

Зная, что $x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$, получаем:

$$a = c$$

верно

Зная, что $a + b + c = 0$:

$$c + b + c = 0 \quad 2c = -b \Rightarrow b = -2c$$

$$P(2) - P(0) = 8 + 4a + 2b = 8 + 4c + 2b = 8 + 4c - 4c = 8$$

$$\text{Ответ: } P(2) - P(0) = 8.$$

ответ верный

Задание 2

Знамен

1) Выразим диаметр кружка посыл:

$$D = R - r$$

2) Соединим центры кружков. Нарисуем отрезки в том количестве, чтобы касались кружков посыл.

П.и. кружки имеют одинаковый радиус и одинак. радиус, 4 отрезка соединяют центры кружков, 4 отрезка соединяют центры кружков и радиус посыл.

П.е. $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$, перпендикулярны друг другу

О-центр окружностей

$OC_1 = OC_4 \Rightarrow$
(т.к. кружки имеют одинак. радиус)

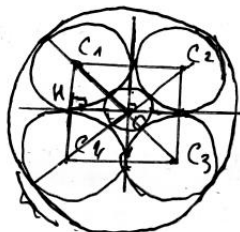


рис. 1

$\Rightarrow \triangle OC_1C_4$ - равнов. $\Rightarrow OK$ - медиана, высота, биссектриса

$\Rightarrow$ в точке K касаются две окружности, т.е. $C_1C_4 \perp OK$

$$C_1C_4 = D \quad (R_{C_1} + R_{C_2} = R_{C_1} + R_{C_2} = 2R_{C_1} = D)$$

$$\Rightarrow C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4 = C_4C_1 = D$$

$\Rightarrow C_1C_2C_3C_4$ - квадрат. верно

О-центр квадрата $\Rightarrow C_2C_4 \cap C_1C_3$ и $C_2C_4 \perp C_1C_3 \Rightarrow \triangle C_1OC_4$ - прямоуг.

$$\text{Из } \triangle C_1OC_4: C_1C_4^2 = OC_1^2 + OC_4^2$$

$$D^2 = \left(\frac{D}{2} + r\right)^2 + \left(\frac{D}{2} + r\right)^2$$

$$D^2 = 2\left(\frac{D}{2} + r\right)^2 \Rightarrow \frac{D^2}{2} = \frac{D^2}{4} + r^2 + rD$$

(ан. сущ. сгр.)

Задача 2Решение

$$\frac{D^2}{2} = \frac{D^2}{4} + r^2 + rD \Rightarrow r^2 + rD = -\frac{D^2}{4} = 0$$

$$D = R - r$$

$$r^2 + (R-r) \cdot r - \frac{(R-r)^2}{4} = 0$$

$$4r^2 + 4R \cdot r - 4r^2 - R^2 + 2Rr + r = 0$$

$$-r^2 - R^2 + 6R \cdot r = 0$$

$$r^2 - 6R \cdot r + R^2 = 0$$

$$R = 5 \text{ см}$$

$$r^2 - 30r + 25 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 900 - 100 = 800, D > 0$$

$$r_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{30 - \sqrt{800}}{2} = \frac{30 - 20\sqrt{2}}{2} = 15 - 10\sqrt{2} \approx 0,86 \text{ см}$$

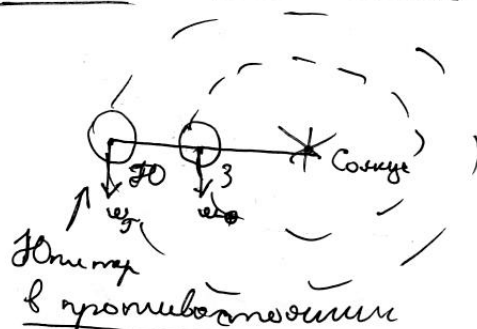
$$r_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{30 + 20\sqrt{2}}{2} = 15 + 10\sqrt{2} \approx 29,14 \text{ см}$$

(не подходит,
но у нас
так. $r < R$)

Ответ: $r = 0,86 \text{ см}$

Задача 4)

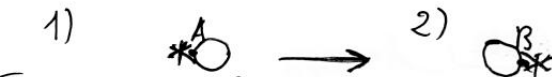
Звездоблок



Это будет наблюдатель:

верно

Полный путь Юпитера проходит от момента касания звезды до момента касания другой стороны звезды. То есть, за время покрытия Юпитер должен пройти свой угловой диаметр + угловой диаметр затмеваемой звезды.



Т.е. за время покрытия Юпитер должен пройти свой угловой диаметр + угловой диаметр затмеваемой звезды.

Т.е. реальная диаметр Юпитера D_J и диаметр звезды $D_{зв}$ по теореме Пифагора:

$$D_J^2 = \frac{D_{зв} \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{D_{зв} \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} \quad D_{зв} \ll D_J \quad \text{верно}$$

угловой диаметр Юпитера

Юпитер движется по касательной к угловой скорости:

$$\omega_J = \frac{360^\circ}{T_J} \quad \omega_\oplus = \frac{360^\circ}{T_\oplus} = 365,26 \text{ сут}$$

угл. скорость Юпитера

угл. скорость Земли

Скорость: $v_{отн} = |\omega_J - \omega_\oplus|$

Скорость Юпитера

Скорость Земли

См. след. стр.

Число

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Число

Задача 4 (продолжение)

$$\tau = \frac{D_0''}{\omega_{01n}} = \frac{D_0 \cdot 57,3^\circ}{(\alpha_0 - \alpha_\theta) \cdot \left| \frac{360^\circ}{T_0} - \frac{360^\circ}{T_\theta} \right|}$$

у.е.а.е.

время
покрытия

Ответ: $\tau = \frac{D_0 \cdot 57,3^\circ}{(\alpha_0 - \alpha_\theta) \cdot \left| \frac{360^\circ}{T_0} - \frac{360^\circ}{T_\theta} \right|}$

не найдено числовое
значение

Земновек $T_c = T_0 = 5780 K$

$A_3 = A_0 = 0.308$

Задача 6.

$R_c = R_0 = 6.96 \cdot 10^5 \text{ км}$

$\alpha = \alpha_0 = 1.996 \cdot 10^8 \text{ мкн}$

Далее: $E^- = E^+$ (Темновое равновесие)

$E_1 = E_2$

$E_1 = \frac{Q_{fall} \cdot (1 - A_0)}{S_{nob}}$ ← поток падающий, S_{nob} — площадь поверхности звезды

$E_2 = \frac{Q_{rad}}{S_{nob}}$ ← поток излучаемый звездой

$Q_{fall} (1 - A_0) = Q_{rad}$

$Q_{fall} (1 - A_0) = E_1 \cdot S_{nob}$

$E_1 = \frac{L_0 \cdot (1 - A_0)}{4\pi \cdot (\alpha_0 - R_0 - R_0)^2}$ ← расстояние от поверхности звезды

$E_2 = \frac{\sigma \cdot T_{eff}^4}{4\pi R_0^2}$ ← Солнце в поверхности звезды

M (поверхностная светимость)

$E_1 (1 - A_0) = E_2$

$\frac{\sigma \cdot T_0^4}{4\pi^2 (\alpha_0 - R_0 - R_0)^2} = \frac{\sigma \cdot T_{eff}^4}{4\pi R_0^2}$

$T_{eff}^4 = \frac{T_0^4 \cdot R_0^2}{\pi (\alpha_0 - R_0 - R_0)^2}$

$R_0 = 6371 \text{ км}$

$T_{eff} = T_0 \sqrt[4]{\frac{R_0^2}{\pi (\alpha_0 - R_0 - R_0)^2}}$

T_{eff} не найдена

$T_{eff} \leq 14^\circ \text{C}$

маленькая величина

Это связано с тем, что не учитываются внешние парниковые газы и другие факторы, которые нагревают её.

Очень кратко

Задача 5.

Зисович

```

a = input() # вводим строку
k = 0 # здесь будет кол-во букв
b = [''] # список для хранения слов
for x in a: # перебираем символы строки
    if not (x in b): # здесь считаем кол-во слов по одной букве
        x.append(b)
        k = k + 1
    for x1 in b:
        for x2 in b:
            if int(x1) != int(x2) int(x1) != int(x2): # кол-во слов по две буквы
                k = k + 1
            for x3 in b:
                if int(x1) != int(x2) != int(x3): # кол-во слов по 3 буквы
                    k = k + 1
print(k)

```

Синтаксис! Ошибка при вводе. Ошибка в логике.

Черновик ← количество различных слов
 $k = 0$
 $a = \text{input}()$ # вводим строку
 $b = []$
 for x in a : # перебираем каждый элемент строки
 $b.append(x)$ # добавляем элемент буквы в список
 if $\text{not}(x \text{ in } b)$:
 $b.append(x)$ (Если элемент уже есть в списке, то не добавляем)
 for x in b :
 $k = k + 1$ (кол-во разных слов с длиной 1 буква)

o, l, s
 ol, lo
 os, so
 sl, ls
 o, l, s, x

$k = \text{len}(b) \cdot \frac{k!}{(k-1)!} + k$
 слова по 2 буквы

$$C = 3! = 2 \cdot 3$$

$$C = 4! = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

~~$$C = \frac{15!}{2! \cdot 13!}$$~~

~~$$= \frac{15!}{2! \cdot 13!}$$~~

~~$$C = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 3$$~~

$$\frac{79,82}{0,3184 \cdot 10^2 \cdot 122,03} =$$

$$1,496 \cdot 10^8 - 896 \cdot 10^5 =$$

$$= 10^5 (14960 - 896)$$

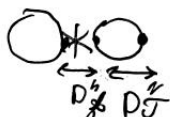
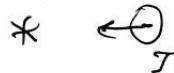
Задача 4

Звезда-неподвижна,
а Юпитер
движется

$$\omega_{отн} = \omega_J - \omega_\oplus$$



$$\Delta = a_J - a_\oplus \approx 4,2 \text{ а.з.}$$



$$D_J'' = \frac{D_J \cdot 206265''}{\Delta} \quad D_{J\oplus}'' \leq D_J''$$

$$\omega_{отн} = |\omega_J - \omega_\oplus| \quad \omega_J = \frac{360^\circ}{T_J}$$

$$t = \frac{D_J''}{\omega_{отн}} = \frac{D_J \cdot 206265''}{\Delta \cdot |\omega_J - \omega_\oplus|} \quad \omega_\oplus = \frac{360^\circ}{T_\oplus}$$

Задача 5.

$$T_\odot = 5760 \text{ K} \quad R_c = 6,96 \cdot 10^5 \text{ км}$$

$$a = 1,496 \cdot 10^8 \text{ км} \quad E^+ \sim \frac{1}{r^2}$$

$$A_J = 0,306 \quad E^- \sim T_{eff}^4$$

$$E^- = E^+$$

Солнце



$$M = \sigma \cdot T_\odot^4$$

$$L = \pi M$$

$$L = \pi \sigma \cdot T_\odot^4 R_c^2$$

$$E_\odot = \sigma \cdot T_\odot^4$$

$$\varphi_{fall} = \frac{L_0}{4\pi \cdot r_p^2}$$

$$\varphi_{fall} = \frac{\sigma \cdot T_\odot^4 \cdot a \cdot R_c}{4\pi \cdot (a - R_c)}$$

$$E^+ = \frac{\varphi_{rad}}{S_{nab}}$$

$$A_J \cdot \varphi_{fall} = \varphi_{rad}$$

$$\varphi_{rad} = \sigma \cdot T_\odot^4$$

$$E = \frac{L_0}{4\pi \cdot r_p^2}$$

$$E = \frac{\varphi_{fall}}{S_{nab}}$$

$$E = \frac{\varphi_{fall}}{S_{nab}}$$

Черковник

$$D^2 = \left(r + \frac{D}{2}\right)^2 + \left(r + \frac{D}{2}\right)^2$$

$$D^2 = 2r^2 + 2\frac{D^2}{4} + 2D \cdot r$$

$$\frac{D^2}{2} = r^2 + \frac{D^2}{4} + D \cdot r$$

$$D = R - r$$

$$D = R - r$$

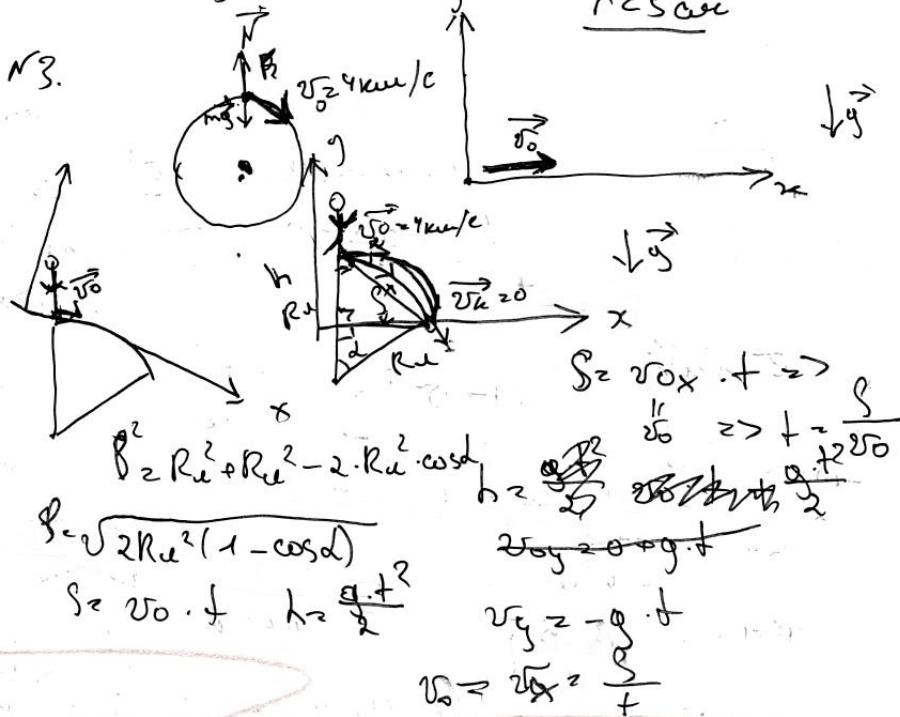
$$D = R - r$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{30 \pm 20\sqrt{2}}{2} = 15 \pm 10\sqrt{2} \approx 0,85 \text{ см}$$

$$x_2 = \frac{30 + 20\sqrt{2}}{2}, \quad 15 + 10\sqrt{2} \approx 29,14 \text{ см}$$

Ответа: $r \approx 0,86$

№3.



Черновик

$$P(1) = 1 \quad x^3 + ax^2 + bx + c = 1 \quad (\text{при } x=1)$$

$$1 + a + b + c = 1$$

$$P(2) \Rightarrow 8 + 4a + 2b + c \quad a + b + c = 0 \quad P(0) = c$$

$$P(2) - P(0) = 8 + 4a + 2b + c - c = \boxed{8 + 4a + 2b} =$$

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0 \quad = 2(4 + 2a + b)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

А это возможно при каких раскладах

$$\text{Если } x_1 = 1: \quad 1 + x_2 + x_3 = x_2 \cdot x_3$$

$$\text{При } x_1 = 1: \quad 1 + 2 + 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \quad (\text{ну вот})$$

$$x_2 \cdot x_3 = x_2 + x_3 + 1$$

✓ Для квадратного уравнения: $D = b^2 - 4ac$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad \text{могут ли быть корнями и решениями}$$

Вернемся к $x_1 \cdot x_3 = x_2 + x_3 + 1$ квадратное уравнение
это возможно при $a=3$.

$$(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = (x^3 - x_1)(x^2 + x_3x_2 + x_2x - x_3x) =$$

$$= x(x - x_1)(x^2 - x(x_2 + x_3) + x_3 \cdot x_2) =$$

Отсюда теорема Виета!

$$= x^3 - x^2(x_2 + x_3) + x \cdot (x_3 \cdot x_2) - x^2 \cdot x_1 + x \cdot x_1 \cdot (x_2 + x_3) +$$

$$+ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

Выпишем, аккуратно группируем:

$$x^3 - x^2(x_1 + x_2 + x_3) + x \cdot (x_1(x_2 + x_3) + x_3 \cdot x_2) +$$

$$- x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$a = -(x_1 + x_2 + x_3) \quad b = (x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_2)$$

$$c = -(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$$

$$\checkmark \text{ Зная, что } x_1 + x_2 + x_3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \Rightarrow \boxed{a = c}$$

$$\checkmark \text{ Зная, что } a + b + c = 0 \quad \text{если } a = c \Rightarrow b = -2c$$

$$V = P(2) - P(0) = 8 + 4a + 2b + c - c = 8 + 4a + 2b = 8 + 4c + 2b =$$

$$= 8 + 4c - 4c = \underline{\underline{8}}$$

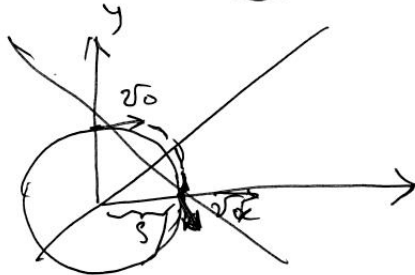
Задача 3.

Заставка

Посчитать и
записатьсвободного
падающего тела

$$m g_{\text{eff}} = \frac{G \cdot m \cdot M_{\text{с}}}{R_{\text{с}}^2}$$

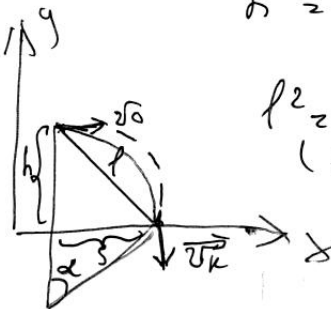
$$g_{\text{eff}} = \frac{G \cdot M_{\text{с}}}{R_{\text{с}}^2}$$

↓ g_{eff}

$$v_0 = v_{0x} = v_x = \text{const}$$

$$s = v_x \cdot t = v_0 \cdot t$$

$$h = \frac{g_{\text{eff}} \cdot t^2}{2} \quad (\text{так как } v_{0y} = 0)$$



$$l^2 = R_{\text{с}}^2 + R_{\text{с}}^2 - 2 \cdot R_{\text{с}} \cdot R_{\text{с}} \cdot \cos \alpha$$

(в треугольнике)

$$l = \sqrt{2 R_{\text{с}}^2 (1 - \cos \alpha)}$$

$$2 R_{\text{с}}^2 (1 - \cos \alpha) = v_0^2 \cdot t^2 + g_{\text{eff}}^2 \cdot t^4$$

$$v_y = v_{0y} \cdot \cos \alpha \quad v_x = v_0 = v_{\text{к}} \cdot \sin \alpha \Rightarrow v_{\text{к}} = \frac{v_0}{\sin \alpha}$$

$$v_y = v_{0y} + g_{\text{eff}} \cdot t = g_{\text{eff}} \cdot t \quad v_y = v_0 \cdot \cot \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{v_y}{v_0} = \frac{g_{\text{eff}} \cdot t}{v_0}$$

$$\alpha = \arctg \left(\frac{g_{\text{eff}} \cdot t}{v_0} \right)$$

$$2 R_{\text{с}}^2 (1 - \cos(\arctg(\frac{g_{\text{eff}} \cdot t}{v_0}))) = v_0 \cdot t^2 + \frac{g_{\text{eff}}^2 \cdot t^4}{2}$$

Олимпиада школьников «Ломоносов». 2024/25 учебный год.
Задания заключительного этапа по космонавтике
9-10 классы
Вариант 1

1. $P(x)$ – многочлен третьей степени вида $x^3 + ax^2 + bx + c$. Известно, что он имеет три вещественных корня, причем сумма всех его корней равна их произведению. Кроме того, известно, что $P(1) = 1$. Найдите $P(2) - P(0)$.
2. Космонавты провели эксперимент на МКС: в плоскую чашку Петри поместили четыре посева одинаковых микроорганизмов в четыре разные точки. Колонии микроорганизмов стали расти, формируя четыре круга C_1, C_2, C_3 и C_4 одинакового радиуса. По условиям эксперимента питательная среда в чашке заполняла не всю чашку Петри, а лишь круговое кольцо с внутренним радиусом r и внешним радиусом $R = 5$ см (центры окружностей совпадают). Каким надо взять число r и как надо расположить точки посева, чтобы круги C_1, C_2, C_3 и C_4 одновременно достигли внутренней границы питательной среды, ее внешней границы и при этом еще и попарно коснулись: C_1 с C_2 и C_4 ; C_2 с C_1 и C_3 ; C_3 с C_2 и C_4 ; C_4 с C_3 и C_1 ?
3. Российский космонавт решил сыграть в гольф на поверхности Луны. Космонавт находится на Северном полюсе и запускает мяч в сторону южного полюса с начальной скоростью равной 4 км/с. Оцените, через сколько минут мяч упадет на Луну. Рельефом Луны пренебрегите.
4. В ходе своего орбитального движения Юпитер время от времени затмевает различные звезды с точки зрения наблюдателя на Земле. Оцените приблизительно время покрытия звезды Юпитером, если Юпитер находится в противостоянии, а покрытие (затмение) началось и закончилось в экваториальной области Юпитера.
5. Долгими орбитальными вечерами космонавт Василий перебирает карточки с буквами и составляет из них слова. Составив очередное слово, космонавт Василий пытается понять, сколько других слов (не обязательно осмысленных) можно составить из букв этого слова. Напишите программу на вашем любимом языке программирования, находящую ответ на этот вопрос.

Входные данные.

Вводится слово, строка из маленьких латинских букв не длиннее 15 символов.

Выходные данные.

Выведите одно целое число – искомое количество слов.

Пример

Входные данные

solo

Выходные данные

34

Пояснение. Можно составить слова *s, o, l, so, sl, ol, oo, lo, os, ls, sol, slo, ols, osl, los, lso, soo, oso, oos, olo, ool, loo, solo, sloo, soel, osol, oslo, ools, oosl, olos, olso, lsoo, loso, loos*.

6. Климат нашей планеты в основном определяется тепловым равновесием, связанным с поглощением солнечного света и его переизлучением в космическое пространство в более длинноволновой, инфракрасной области спектра.

Найдите равновесную температуру Земли $T_{\text{Зр}}$, если заданы: эффективная (соответствующая приближению абсолютно чёрного тела) температура Солнца – $T_{\text{с}} = 5780 \text{ К}$; радиус Солнца – $R_{\text{с}} = 6,96 \cdot 10^5 \text{ км}$; среднее расстояние Земли от Солнца (астрономическая единица) – $a = 1,496 \cdot 10^8 \text{ км}$; интегральное сферическое альbedo Земли (альbedo Бонда) $A_{\text{з}} = 0,306$ (отношение всего отражённого, в том числе атмосферой, излучения Солнца к полному падающему на Землю потоку солнечного излучения). Орбиту Земли считайте круговой. Примите, что атмосфера и гидросфера Земли обеспечивают полное выравнивание температуры по поверхности.

Сравните полученное значение $T_{\text{Зр}}$ с известным средним значением температуры поверхности Земли, равным $+14^\circ\text{С}$. Чем можно объяснить расхождение в этих значениях? Предложите максимально подробное объяснение.
